

УДК 004.94:519.87

DOI: 10.35330/1991-6639-2024-26-6-115-128

EDN: FAHNBVD

## Оптимизация режимов работы светофора на двухполосном по каждой трассе перекрестке города

В. Ч. Кудаев, А. К. Буздов<sup>✉</sup>

Институт информатики и проблем регионального управления –  
филиал Кабардино-Балкарского научного центра Российской академии наук  
360000, Россия, г. Нальчик, ул. И. Арманд, 37-а

**Аннотация.** Одной из актуальных задач оптимизации транспортной системы города является задача о режиме работы светофора на перекрестках города. В работе представлено решение задачи о светофоре на основе математического моделирования и компьютерного проектирования, работающем в двухфазном и трехфазном режимах. В основе представленного метода лежит известное условие Лайтхилла–Уизема. Рассмотрение именно двухполосных по каждой из двух трасс перекрестков связано с тем, что такие перекрестки составляют значительную часть в системе перекрестков города. В настоящее время в основе подходов к решению задачи лежит рассмотрение усредненных показателей транспортной системы на перекрестках городских дорог. Преимущество представляемого метода решения задачи, основанного на методе Лайтхилла–Уизема, состоит в аналитическом решении задачи оптимизации при учете параметров движения автотранспортных средств через перекресток в пиковый (наиболее напряженный) период суток.

**Ключевые слова:** двухполосный перекресток, оптимизация режимов работы светофора, поток автотранспортных средств, двухфазный режим, трехфазный режим, трассы перекрестка, пропускная способность, нагрузка автотранспортных средств, условие блокировки перекрестка

Поступила 10.11.2024, одобрена после рецензирования 18.11.2024, принята к публикации 03.12.2024

**Для цитирования.** Кудаев В. Ч., Буздов А. К. Оптимизация режимов работы светофора на двухполосном по каждой трассе перекрестке города // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2024. Т. 26. № 6. С. 115–128. DOI: 10.35330/1991-6639-2024-26-6-115-128

MSC: 90C26

Original article

## Optimization of traffic light operation at urban intersections made of roads with two lanes

V.Ch. Kudaev, A.K. Buzdov<sup>✉</sup>

Institute of Computer Science and Problems of Regional Management –  
branch of Kabardino-Balkarian Scientific Center of the Russian Academy of Sciences  
360000, Russia, Nalchik, 37-a I. Armand street

**Abstract.** One of the current challenges in optimizing city traffic flow is the intersection traffic light control. The paper presents a solution to the traffic light control problem using mathematical modeling and computer design, operating in two- and three-phase modes. In our study we base on the well-known Lighthill-Whitham condition. Our interest in intersections with two-lane roads is due to the fact that they make up a significant part of the urban road network. Modern approaches to solving the problem are based on the analysis of the dataset that contains road intersection average data. The advantage of the

presented approach, which is based on the Lighthill-Whitham condition, is related to the analytical solution of the optimization problem with consideration of the parameters of traffic flows at signalized intersections during the peak periods.

**Keywords:** two-lane intersection, optimization of traffic light operation modes, flow of motor vehicles, two-phase mode, three-phase mode, intersection lanes, traffic capacity, vehicle load, intersection blocking condition

Submitted 10.11.2024,

approved after reviewing 18.11.2024,

accepted for publication 03.12.2024

**For citation.** Kudaev V.Ch., Buzdov A.K. Optimization of traffic light operation at urban intersections made of roads with two lanes. *News of the Kabardino-Balkarian Scientific Center of RAS*. 2024. Vol. 26. No. 6. Pp. 115–128. DOI: 10.35330/1991-6639-2024-26-6-115-128

## ВВЕДЕНИЕ

Задача о светофорном управлении движением автотранспортных средств (АТС) через перекресток является одной из главных задач математического моделирования движения транспортных потоков в городе [1].

*Задача светофорного управления движением АТС через перекресток состоит в построении такого периодического режима работы светофора, который при условии ненакопления АТС перед перекрестком от цикла к циклу его работы обеспечивает наименьшее суммарное время прохода перекрестка всеми АТС, вошедшими в перекресток.*

В основе представленного метода лежит доказанное М. Лайтхиллом и Дж. Уиземом [2–4] условие ненакопления АТС перед светофором по трассе перекрестка с течением времени.

В настоящее время в основе подходов к решению задач моделирования транспортных потоков лежит рассмотрение усредненных показателей транспортной системы на перекрестках городских дорог [5–12]. При этом для оценки работы светофора используются индивидуальный подход, имитационное и компьютерное моделирование потоков на перекрестке.

Условие Лайтхилла–Уизема позволяет построить аналитический метод оптимизации двухфазного режима работы светофора на перекрестке в целом.

### 1. УСЛОВИЕ ЛАЙТХИЛЛА–УИЗЕМА И ЕГО ИНТЕРПРЕТАЦИЯ НЕНАКОПЛЕНИЯ (АТС) ПЕРЕД ПЕРЕКРЕСТКОМ С ТЕЧЕНИЕМ ВРЕМЕНИ

В работах [2–4] была предложена гидродинамическая модель однополосного транспортного потока, названная впоследствии моделью Лайтхилла–Уизема–Ричардса (LWR), в которой поток АТС рассматривается как поток одномерной сжимаемой жидкости. В работах [2, 3] М. Лайтхиллом и Дж. Уиземом была поставлена на основе LWR следующая

**Задача.** *Найти такое число  $k > 0$ , что перед светофором (работающем в двух режимах: зеленый, красный) не будет скапливаться очередь с течением времени, если*

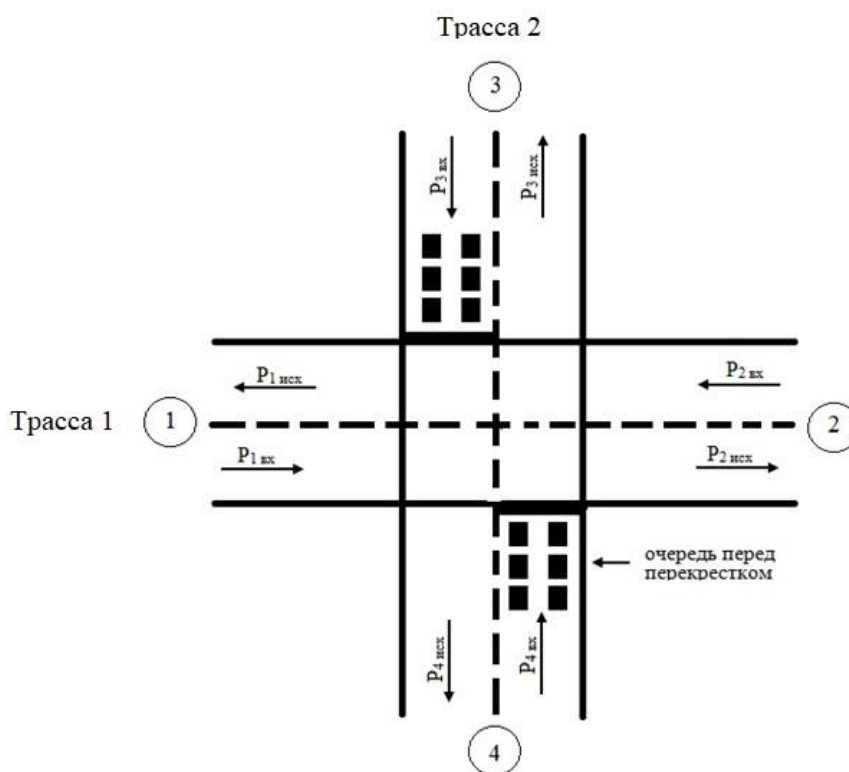
$$\frac{T_{\text{зел}}}{T_{\text{кр}}} \geq k.$$

*Считать, что транспортный поток вдали от светофора имеет плотность  $\rho < \rho_m$ , где  $\rho$  – плотность потока  $q$ ,  $\rho_m$  – плотность, при которой значение потока максимально –  $q_m$ .*

Решение М. Лайтхилла и Дж. Уизема таково: перед светофором не будет скапливаться очередь, если

$$(q_m - q)T_{\text{зел}} \geq qT_{\text{кр}}, \quad \text{т. е.} \quad \frac{T_{\text{зел}}}{T_{\text{кр}}} \geq \frac{q}{q_m - q}. \quad (1)$$

На рис. 1 представлена схема двухполосного перекрестка.



**Рис. 1.** По трассам 1 и 2 горят соответственно зеленый и красный цвета светофора

**Fig. 1.** On lanes 1 and 2, the green and red traffic lights are on, respectively

Целью представленной работы является разработка на основе условия Лайтхилла–Уизема аналитических методов решения задач:

- 1) оптимизация режима работы светофора на перекрестке в целом, а не на отдельной трассе (как в работах [2,3]);
- 2) оценка возможности вывода перекрестка из зоны блокировки переходом от двухфазного режима работы светофора на перекрестке к трехфазному режиму;
- 3) определение значений основных характеристик и параметров перекрестка с двухфазным и трехфазным светофорным управлением.

2. ВОЗМОЖНЫЙ ИНТЕРВАЛ ОТНОШЕНИЯ ВРЕМЕН ГОРЕНИЯ ЗЕЛЕНОГО ЦВЕТА ПО КАЖДОЙ ИЗ ТРАСС ПЕРЕКРЕСТКА И УСЛОВИЕ НЕБЛОКИРОВКИ ПЕРЕКРЕСТКА

Оценка Лайтхилла–Уизема  $\frac{T_{зел}}{T_{кр}} \geq \frac{q}{q_m - q}$  при рассмотрении обеих трасс, т.е. перекрестка в целом (рис. 1), приводит к следующим неравенствам:

$$\frac{T_{зел}^1}{T_{кр}^1} = \frac{T_{зел}^1}{T_{зел}^2} \geq \frac{q^1}{q_m^1 - q^1} \tag{2}$$

$$\frac{T_{зел}^2}{T_{кр}^2} = \frac{T_{зел}^2}{T_{зел}^1} \geq \frac{q^2}{q_m^2 - q^2} \tag{3}$$

где верхними индексами обозначены номера трасс.

Ниже представлены кратко два важных утверждения из нашей работы [14, стр. 67–69].

**Утверждение 1.** На перекрестке в целом не будет происходить накопления АТС от цикла к циклу работы светофора, только если

$$\frac{q^1}{q_m^1} + \frac{q^2}{q_m^2} \leq 1. \quad (4)$$

При этом возможные режимы работы светофора определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{T_{зел}^1}{T_{зел}^2} \in \left[ \frac{q^1}{q_m^1 - q^1}, \frac{q_m^2 - q^2}{q^2} \right], \text{ если } \frac{q^1}{q_m^1 - q^1} \geq \frac{q^2}{q_m^2 - q^2}, \\ \frac{T_{зел}^2}{T_{зел}^1} \in \left[ \frac{q^2}{q_m^2 - q^2}, \frac{q_m^1 - q^1}{q^1} \right], \text{ если } \frac{q^2}{q_m^2 - q^2} \geq \frac{q^1}{q_m^1 - q^1}. \end{aligned} \quad (5)$$

Доказательство. Пусть  $\frac{q^1}{q_m^1 - q^1} \geq \frac{q^2}{q_m^2 - q^2}$ . Из (2) и (3) следует

$$\frac{q^1}{q_m^1 - q^1} \leq \frac{T_{зел}^1}{T_{зел}^2} \leq \frac{q_m^2 - q^2}{q^2}. \quad (6)$$

Неравенство имеет решение, только если  $\frac{q^1}{q_m^1 - q^1} \leq \frac{q_m^2 - q^2}{q^2}$ . Получим

$$q^1 q^2 \leq q_m^1 q_m^2 - q_m^1 q^2 - q^1 q_m^2 + q^1 q^2 \Rightarrow \frac{q^1}{q_m^1} + \frac{q^2}{q_m^2} \leq 1.$$

Причем из условия  $\frac{q^1}{q_m^1 - q^1} \geq \frac{q^2}{q_m^2 - q^2} \Rightarrow \frac{q^1}{q_m^1} \geq \frac{q^2}{q_m^2}$ . Утверждение доказано.

Отметим также, что условие

$$\frac{q^1}{q_m^1} + \frac{q^2}{q_m^2} > 1 \quad (7)$$

есть условие нахождения перекрестка в зоне блокировки АТС.

### 3. ОПТИМАЛЬНЫЙ ДВУХФАЗНЫЙ РЕЖИМ РАБОТЫ СВЕТОФОРА НА ПЕРЕКРЕСТКЕ

Обычно считают, что оптимальным является следующий режим горения зеленого по трассам:

$$\frac{T_{зел}^1}{T_{зел}^2} = \frac{q^1}{q^2},$$

но в этом случае не учитываются пропускные способности трасс перекрестка  $q_m^1, q_m^2$ .

**Утверждение 2.** Если перекресток не находится в зоне блокировки, то оптимальным режимом работы светофора является режим

$$\begin{aligned} \frac{T_{зел}^1}{T_{зел}^2} = \frac{q^1/q_m^1}{q^2/q_m^2} = \frac{q^1 q_m^2}{q_m^1 q^2} \text{ при } \frac{q^1}{q_m^1 - q^1} \geq \frac{q^2}{q_m^2 - q^2} \\ \text{и } \frac{T_{зел}^2}{T_{зел}^1} = \frac{q^2/q_m^2}{q^1/q_m^1} = \frac{q^2 q_m^1}{q_m^2 q^1} \text{ при } \frac{q^2}{q_m^2 - q^2} \geq \frac{q^1}{q_m^1 - q^1} \end{aligned} \quad (8)$$

Доказательство.

Целью светофорного управления перекрестком является построение такого периодического режима работы светофора (времен горения красного, зеленого цветов), которое обеспечивает наименьшее суммарное время прохода перекрестка всеми АТС, вошедшими в перекресток, при условии ненакопления АТС перед перекрестком с течением времени [2, 3].

Это условие (см. утверждение 1) имеет вид:  $\frac{q^1}{q_m^1} + \frac{q^2}{q_m^2} \leq 1$ .

Вследствие этого оптимальным является режим, соотносящий величины  $\frac{q^1}{q_m^1}$  и  $\frac{q^2}{q_m^2}$  при выполнении условий (5). Покажем, что

$$\frac{q^1 q_m^2}{q_m^1 q^2} \in \left[ \frac{q^1}{q_m^1 - q^1}, \frac{q_m^2 - q^2}{q^2} \right].$$

Предположим

$$\frac{q^1}{q_m^1 - q^1} > \frac{q^1 q_m^2}{q_m^1 q^2} \Rightarrow q^1 q_m^1 q^2 > q_m^1 q^1 q_m^2 - (q^1)^2 q_m^2 \Rightarrow \frac{q^1}{q_m^1} + \frac{q^2}{q_m^2} > 1.$$

Но рассматривается случай неблокировки перекрестка, т.е.  $\frac{q^1}{q_m^1} + \frac{q^2}{q_m^2} \leq 1$ , т.е. получено противоречие. Аналогично, если

$$\frac{q^1 q_m^2}{q_m^1 q^2} > \frac{q_m^2 - q^2}{q^2} \Rightarrow \frac{q^1}{q_m^1} > \frac{q_m^2 - q^2}{q_m^2} \Rightarrow \frac{q^1}{q_m^1} > 1 - \frac{q^2}{q_m^2} \Rightarrow \frac{q^1}{q_m^1} + \frac{q^2}{q_m^2} > 1,$$

т.е. противоречие с условием утверждения. *Утверждение доказано.*

Полученное оптимальное решение запишем относительно общего времени цикла работы светофора. Пусть  $T$  – цикл работы светофора в двухфазном режиме. Тогда

$\frac{T^{q^1/q_m^1}}{q^1/q_m^1 + q^2/q_m^2}$  – время горения зеленого цвета светофора для АТС, въезжающих в перекресток по трассе 1,  $\frac{T^{q^2/q_m^2}}{q^1/q_m^1 + q^2/q_m^2}$  – время горения зеленого цвета светофора для АТС, въезжающих в перекресток по трассе 2.

#### 4. ЗАПАС УСТОЙЧИВОСТИ ОПТИМАЛЬНОГО РЕЖИМА РАБОТЫ СВЕТОФОРА

Пусть интервал возможных режимов работы светофора на  $\left[ \frac{q^1}{q_m^1 - q^1}, \frac{q_m^2 - q^2}{q^2} \right]$  не пуст.

В **утверждении 2** было показано, что оптимальный режим работы светофора, т.е.

$$\frac{T_{\text{зел}}^1}{T_{\text{зел}}^2} = \frac{q^1/q_m^1}{q^2/q_m^2},$$

входит в этот интервал.

Теперь покажем, как он относится со средней точкой интервала. Для этого представим крайние точки интервала через нагрузки  $\frac{q^1}{q_m^1}$  и  $\frac{q^2}{q_m^2}$ . Получим:

$$\frac{q^1}{q_m^1 - q^1} = \frac{q^1/q_m^1}{1 - q^1/q_m^1},$$

$$\frac{q_m^2 - q^2}{q^2} = \frac{1 - q^2/q_m^2}{q^2/q_m^2}.$$

Тогда средняя точка интервала определяется следующим образом:

$$\frac{1}{2} \left( \frac{q^1/q_m^1}{1 - q^1/q_m^1} + \frac{1 - q^2/q_m^2}{q^2/q_m^2} \right) = \frac{1}{2} \frac{\left( \frac{2q^1q^2}{q_m^1q_m^2} + 1 - \frac{q^1}{q_m^1} - \frac{q^2}{q_m^2} \right)}{\frac{q^2}{q_m^2} - \frac{q^1q^2}{q_m^1q_m^2}}$$

$$= \frac{\left[ \frac{2q^1q^2}{q_m^1q_m^2} - \left( \frac{q^1}{q_m^1} + \frac{q^2}{q_m^2} - 1 \right) \right]}{2 \frac{q^2}{q_m^2} \left( 1 - \frac{q^1}{q_m^1} \right)} \quad (9)$$

Пусть перекресток не находится в зоне блокировки, т.е.

$$\frac{q^1}{q_m^1} + \frac{q^2}{q_m^2} = 1 - \alpha, \quad 0 \leq \alpha < 1.$$

Тогда (9) переписывается в виде

$$\frac{\frac{q^1q^2}{q_m^1q_m^2} + \alpha}{\frac{q^2}{q_m^2} \left( 1 - \frac{q^1}{q_m^1} \right)}$$

В том случае, когда интервал возможных значений горения зеленого по трассе 1 и по трассе 2 стягивается в точку, т.е. когда  $\frac{q^1}{q_m^1} + \frac{q^2}{q_m^2} = 1$ , а  $\alpha = 0$ , получим, что режим работы светофора таков:

$$\frac{T_{зел}^1}{T_{зел}^2} = \frac{q^1/q_m^1}{q^2/q_m^2}.$$

Определим соотношение длин интервалов возможных значений оптимальной работы светофора на двухполостном перекрестке через точки 1, 2, 3, т.е.

$$\frac{q^1}{q_m^1 - q^1}, \quad \frac{q^1q_m^2}{q_m^1q^2}, \quad \frac{q_m^2 - q^2}{q^2}.$$



**Рис. 2.** Геометрическое представление основных точек интервала возможных режимов работы светофора

**Fig. 2.** Geometric representation of the main points of the interval of possible traffic light operating modes

Тогда

интервал (1 – 3) есть  $\frac{q_m^2 - q^2}{q^2} - \frac{q^1}{q_m^1 - q^1},$

интервал (2 – 3) есть  $\frac{q_m^2 - q^2}{q^2} - \frac{q^1q_m^2}{q_m^1q^2}.$

Найдем соотношение между длинами интервалов (1–3) и (2–3).

$$\frac{q_m^2 - q^2}{q^2} - \frac{q^1}{q_m^1 - q^1} = \frac{q_m^1 q_m^2 - q_m^1 q^2 - q^1 q_m^2}{q^2 (q_m^1 - q^1)}$$

Разделив числитель и знаменатель дроби на  $q_m^1 q_m^2$ , получим

$$\frac{1 - \frac{q^2}{q_m^2} - \frac{q^1}{q_m^1}}{\frac{q^2}{q_m^2} - \frac{q^1}{q_m^1} \frac{q^2}{q_m^2}}$$

Аналогично интервал (2–3) есть

$$\frac{q_m^2 - q^2}{q^2} - \frac{q^1 q_m^2}{q_m^1 q^2} = \frac{1 - \frac{q^2}{q_m^2} - \frac{q^1}{q_m^1}}{\frac{q^2}{q_m^2}}$$

Разделив (1–3) на (2–3), получим:

$$\frac{1 - \frac{q^2}{q_m^2} - \frac{q^1}{q_m^1}}{\frac{q^2}{q_m^2} - \frac{q^1}{q_m^1} \frac{q^2}{q_m^2}} = \frac{\frac{q^2}{q_m^2}}{\frac{q^2}{q_m^2} \left(1 - \frac{q^1}{q_m^1}\right)} = \frac{1}{1 - \frac{q^1}{q_m^1}} \quad (10)$$

**Таким образом, получены следующие основные характеристики и параметры перекрестка с двухфазным светофорным управлением:**

- $q_m^1, q_m^2$  – пропускные способности трасс перекрестка относительно потоков по трассе 1 и по трассе 2;
- $\frac{q^1}{q_m^1}, \frac{q^2}{q_m^2}$  – нагрузки АТС на перекресток по трассе 1 и по трассе 2;
- $\left(\frac{q^1}{q_m^1} + \frac{q^2}{q_m^2}\right)$  – общая нагрузка АТС на перекресток;
- $\frac{q^1}{q_m^1} + \frac{q^2}{q_m^2} \leq 1$  – условие работы светофора в нормальном режиме;
- $\frac{q^1}{q_m^1} + \frac{q^2}{q_m^2} > 1$  – условие блокировки перекрестка;
- $\frac{T_{зел}^1}{T_{зел}^2} \in \left[\frac{q^1}{q_m^1 - q^1}, \frac{q_m^2 - q^2}{q^2}\right]$ , если  $\frac{q^1}{q_m^1} \geq \frac{q^2}{q_m^2}$  и перекресток не блокирован – возможный интервал работы светофора
- $\frac{T_{зел}^2}{T_{зел}^1} \in \left[\frac{q^2}{q_m^2 - q^2}, \frac{q_m^1 - q^1}{q^1}\right]$ , если  $\frac{q^2}{q_m^2} \geq \frac{q^1}{q_m^1}$  и перекресток не блокирован – возможный интервал работы светофора.

Следует иметь в виду, что параметры каждой трассы определяются через параметры полутрасс каждой трассы следующим образом:

$$q^1 = q^{11} + q^{12}, q_m^1 = q_m^{11} + q_m^{12}$$

$$q^2 = q^{21} + q^{22}, q_m^2 = q_m^{21} + q_m^{22}$$

т.е. в подробной записи:

$$\frac{q^1}{q_m^1 - q^1} \text{ есть } \frac{(q^{11} + q^{12})}{(q_m^{11} + q_m^{12}) - (q^{11} + q^{12})};$$

$$\frac{q^2}{q_m^2 - q^2} \text{ есть } \frac{(q^{21} + q^{22})}{(q_m^{21} + q_m^{22}) - (q^{21} + q^{22})};$$

$$\frac{q^1}{q_m^1} \text{ есть } \frac{(q^{11} + q^{12})}{(q_m^{11} + q_m^{12})};$$

$$\frac{q^2}{q_m^2} \text{ есть } \frac{(q^{21} + q^{22})}{(q_m^{21} + q_m^{22})};$$

где  $q^{11}, q^{12}$  – потоки АТС по полутрассам 1-й трассы;  $q^{21}, q^{22}$  – потоки АТС по полутрассам 2-й трассы;  $q_m^{11}, q_m^{12}$  – пропускные способности полутрасс 1-й трассы;  $q_m^{21}, q_m^{22}$  – пропускные способности полутрасс 2-й трассы.

#### 5. АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЕРЕКРЕСТКА

1. Задать значения потоков по полутрассам трасс 1 и 2:  $q^{11}, q^{12}, q^{21}, q^{22}$  и пропускных способностей по полутрассам каждой трассы:  $q_m^{11}, q_m^{12}, q_m^{21}, q_m^{22}$ .

2. Вычисляются величины  $\frac{q_1^1}{q_{m,1}^1 - q_1^1}, \frac{q_2^1}{q_{m,2}^1 - q_2^1}; \frac{q_1^2}{q_{m,1}^2 - q_1^2}, \frac{q_2^2}{q_{m,2}^2 - q_2^2}$  и из каждой из этих пар значений выбирается наибольшее. Пусть это соответственно  $\frac{q_1^1}{q_{m,1}^1 - q_1^1}$  и  $\frac{q_2^2}{q_{m,2}^2 - q_2^2}$ . Тогда  $q^1 := q_1^1, q_m^1 := q_{m,1}^1; q^2 := q_2^2, q_m^2 := q_{m,2}^2$ .

3. Определяется наибольшее из значений  $\frac{q^1}{q_m^1 - q^1}$  и  $\frac{q^2}{q_m^2 - q^2}$ . Пусть это  $\frac{q^1}{q_m^1 - q^1}$ .

4. Вычисляется величина нагрузки АТС на перекресток:

$$B = \frac{q^1}{q_m^1} + \frac{q^2}{q_m^2}.$$

5. Если  $B \leq 1$ , то на 7).

6. Выдается значение  $B$  и фраза «Перекресток находится в зоне блокировки». На 9).

7. Определяется интервал возможных рабочих режимов работы светофора  $\frac{T_{зел}^1}{T_{зел}^2} \in \left[ \frac{q^1}{q_m^1 - q^1}, \frac{q_m^2 - q^2}{q^2} \right]$ .

8. Определяется оптимальный режим работы светофора на перекрестке  $\left( \frac{T_{зел}^1}{T_{зел}^2} \right)_{opt} = \frac{q^1 q_m^2}{q_m^1 q^2}$ , если  $\frac{q^1}{q_m^1} \geq \frac{q^2}{q_m^2}$  и  $\left( \frac{T_{зел}^1}{T_{зел}^2} \right)_{opt} = \frac{q^2 q_m^1}{q_m^2 q^1}$ , если  $\frac{q^2}{q_m^2} \geq \frac{q^1}{q_m^1}$  и возможный интервал работы светофора.

9. Конец.

Ниже представлены таблица значений потоков по трассам перекрестка и оптимальные соотношения времен горения зеленого цвета светофора по трассам при  $q_m^1 = 50 \frac{\text{атс}}{\text{мин}}$ ,  $q_m^2 = 40 \frac{\text{атс}}{\text{мин}}$ .





т.е. времена горения зеленого по трассам соотносятся в соответствии с нагрузками АТС по трассам. Поэтому выделим часть времени от  $T_3^1$  на движение АТС по полутрассам (1,1) и (1,2), потокам АТС, не сворачивающим налево. Обозначим это время  $t_3^1$ .

Тогда получим:

время  $(T_3^1 - t_3^1)$  – нагрузка на 1-ю трассу равна  $\frac{q^1}{q_m^1}$ ;

время  $t_3^1$  – нагрузка на 1-ю трассу равна  $p \frac{q^1}{q_m^*}$ , где  $q_m^*$  составляет около 60 атс/мин., потоки по полутрассам (1,1) и (1,2) не мешают друг другу;

время  $T_3^2$  – нагрузка на 2-ю трассу равна  $\frac{q^2}{q_m^2}$ .

Тогда общая нагрузка АТС на перекресток для его вывода из зоны блокировки должна удовлетворять условию

$$\left( \frac{q^1}{q_m^1} - p \frac{q^1}{q_m^*} \right) + \frac{q^2}{q_m^2} \leq 1. \quad (13)$$

Теперь следует связать это условие с условием, что в двухфазном режиме перекресток находится в зоне блокировки, т.е. с условием

$$\frac{q^1}{q_m^1} + \frac{q^2}{q_m^2} = 1 + \alpha, \quad \text{т. е.}$$

$$\frac{q^1}{q_m^1} = 1 + \alpha - \frac{q^2}{q_m^2}.$$

Подставив это в (13), получим следующее **условие возможности вывода перекрестка из зоны блокировки на основе представленного трехфазного режима работы светофора**:

$$\alpha \leq \frac{pq^1}{q_m^*}. \quad (14)$$

## 7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ ПЕРЕКРЕСТКА

Измерения проводятся во время пиковой нагрузки на перекресток. Значение величины  $q_m$  на двухполосных перекрестках города при двухфазной работе светофора (т.е.  $T_{кр}^1 = T_{зел}^2, T_{кр}^2 = T_{зел}^1$ ) определяется усреднено:

1. Определяется время цикла работы светофора – часто это двухминутный цикл, т.е. 120 сек.

2. Определяется количество АТС на двух однонаправленных полосах трассы, накопившихся за время горения красного цвета светофора по трассе.

3. Засекаются и фиксируются последние в очереди из них по каждой полосе.

4. Характеризацией максимального по плотности потока является то, что эти АТС стоят плотно друг относительно друга на расстоянии около 2 м, и после включения зеленого цвета светофора по трассе эти АТС с интервалом примерно 1 с начинают вдвигаться в перекресток, увеличивая скорость так, что расстояние между  $i$ -м и  $(i + 1)$ -м слоем АТС больше, чем между  $(i + 1)$ -м и  $(i + 2)$ -м.

5. Определяется, за какое время  $t_{m_j}$  зафиксированных  $m_j$  машин, стоящих в очереди на прохождение перекрестка, при  $j$ -ом измерении прошли перекресток за время горения зеленого  $T_{зел}$ . Тогда

$$(q_m)_j = m_j \frac{T_{зел}}{t_{m_j}}.$$

6. Эксперимент проводится несколько раз во время пиковой нагрузки, т.е. во время наибольшего потока  $q$  по каждой из трасс перекрестка по времени суток, и усредняется, т.е.

$$q_m = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (q_m)_j. \quad (15)$$

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате научных исследований по задаче о режиме работы светофора на двухполосном перекрестке города получены следующие результаты:

1. На основе условия Лайтхилла–Уизема о режиме работы светофора (зеленый, красный), обеспечивающем ненакопление АТС перед светофором по трассе перекрестка, доказано общее условие (необходимое и достаточное) ненакопления транспортных средств перед светофором на перекрестке в целом.

2. Выделены основные параметры и характеристики перекрестка с двухфазным светофорным управлением.

3. Представлено оптимальное решение задачи о светофоре.

4. Определен запас устойчивости оптимального режима работы светофора.

5. Представлен укрупненный алгоритм определения основных характеристик перекрестка и разработана программа для ЭВМ, реализующая алгоритм.

6. Представлено геометрическое истолкование оптимального режима работы светофора в двухфазном режиме.

7. Представлены трехфазный режим работы светофора и условие возможности вывода перекрестка из зоны блокировки переходом от двухфазного режима работы светофора к трехфазному.

Рассмотрение двухполосных перекрестков связано не только с тем, что для них условие ненакопления АТС является интервальным (закрытый интервал), но и с тем, что такие перекрестки составляют значительную часть перекрестков городов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гасников А. В. Введение в математическое моделирование транспортных потоков. М.: МФТИ, 2010. 417 с. ISBN: 978-5-7417-0334-2

2. Lighthill M.J., Whitham G.B. On kinematic waves: II Theory of traffic flow on long crowded roads // Proc. R. Soc. London. Ser. A. 1955. Vol. 229. Pp. 281–345.

3. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977.

4. Richards P.I. Shock Waves on the Highway // Oper. Res., 1956. Vol. 4. Pp. 42–51.

5. Шец С. П., Справцева Е. В., Калмыков А. А. Применение имитационного моделирования при совершенствовании организации дорожного движения на перекрестке города Брянска // Вестник Брянского государственного технического университета. 2017. № 3(56). С. 67–72. DOI: 10.12737/article\_59b11cbf31cbf2.58347936

6. Новиков А. Н., Еремин С. В., Шевцова А. Г. Основные принципы расчета программы светофорного регулирования на основе управляемых сетей и потока насыщения // Вестник СибАДИ. 2019. Т. 16. № 6(70). С. 680–691. DOI: 10.26518/2071-7296-2019-6-680-691

7. Новиков И. А., Шевцова А. Г., Кравченко А. А., Бурлуцкая А. Г. Разработка методики адаптации модели регулируемого пересечения // Вестник СибАДИ. 2020. Т. 17. № 6(76). С. 726–735. DOI: 10.26518/2071-7296-2020-17-6-726-735

8. Калинин И. Н., Глухарев К. К. Исследование интегральных характеристик перекрестков при помощи микроскопических моделей транспортных потоков // Компьютерные исследования и моделирование. 2014. Т. 6. № 4. С. 523–534.

9. Долгушин Д. Ю., Мызников Т. А. Имитационное моделирование автотранспортных потоков для оценки альтернативных схем организации дорожного движения в городских условиях // Вестник СиБАДИ. 2011. Т. 2(20). С. 47–52.

10. Горяев Н. А., Шаталина В. А. Оптимизация пропускной способности перекрестка на базе многовариантного имитационного моделирования // Научно-технический вестник Поволжья. 2022. № 12. С. 26–29. EDN: WСТОIL

11. Лихачев Д. В., Дорохин С. В., Артемов А. Ю. Анализ основных методов, применяемых в зарубежных методиках расчета светофорного цикла // В сб.: Актуальные вопросы и перспективы развития современной науки. Материалы Национальной научно-практической конференции. Воронеж, 2022. С. 53–58. DOI: 10.34220/CIPDMS2022\_53-58

12. Минина Д. Н. Моделирование в MATLAB движения автомашин на регулируемом перекрестке // Политехнический молодежный журнал. 2022. № 2(67).

DOI: 10.18698/2541-8009-2022-2-774

13. Кудаев В. Ч., Буздов А. К. Полная система условий ненакопления автотранспортных средств перед светофором на симметричном двухполосном перекрестке // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2022. Т. 40. № 3. С. 103–112. DOI: 10.26117/2079-6641-2022-40-3-103-112

14. Кудаев В. Ч., Буздов А. К. Возможные режимы и оптимизация работы светофора на двухполосном перекрестке города // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. 2023. № 6(116). С. 65–73. DOI: 10.35330/1991-6639-2023-6-116-65-73

## REFERENCES

1. Gasnikov A.V. *Vvedeniye v matematicheskoye modelirovaniye transportnykh potokov* [Introduction to Mathematical Modeling of Transport Flows] Moscow: Moscow Institute of Physics and Technology, 2010. 417 p. ISBN: 978-5-7417-0334-2. (In Russian)

2. Lighthill M.J., Whitham G.B. On kinematic waves: II Theory of traffic flow on long crowded roads. *Proc. R. Soc. London. Ser. A.* 1955. Vol. 229. Pp. 281–345.

3. Uizem Dzh. *Lineynyye i nelineynyye volny* [Linear and nonlinear waves]. Moscow: Mir, 1977. (In Russian)

4. Richards P.I. Shock Waves on the Highway. *Oper. Res.*, 1956. Vol. 4. Pp. 42–51.

5. Shets S.P., Spravtseva E.V., Kalmykov A.A. Application of simulation modeling in improving traffic organization at an intersection in Bryansk. *Vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of Bryansk State Technical University]. 2017. No. 3(56). Pp. 67–72. DOI: 10.12737/article\_59b11cbf31cbf2.58347936. (In Russian)

6. Novikov A.N., Eremin S.V., Shevtsova A.G. Basic principles of calculating a traffic light control program based on controlled networks and saturation flow. *Vestnik SibADI* [Bulletin of SibADI]. 2019. Vol. 16. No. 6(70). Pp. 680–691. DOI: 10.26518/2071-7296-2019-6-680-691. (In Russian)

7. Novikov I.A., Shevtsova A.G., Kravchenko A.A., Burlutskaya A. G. Development of a methodology for adapting a controlled intersection model. *Vestnik SibADI* [Bulletin of SibADI]. 2020. Vol. 17. No. 6(76). Pp. 726–735. DOI: 10.26518/2071-7296-2020-17-6-726-735. (In Russian)

8. Kalinin I.N., Glukharev K.K. Study of integral characteristics of intersections using microscopic models of traffic flows. *Komp'yuternyye issledovaniya i modelirovaniye* [Computer research and modeling]. 2014. Vol. 6. No. 4. Pp. 523–534. (In Russian)
9. Dolgushin D.Yu., Myznikov T.A. Simulation modeling of road traffic flows to assess alternative traffic management schemes in urban conditions. *Vestnik SibADI* [Bulletin of SibADI]. 2011. Vol. 2(20). Pp. 47–52. (In Russian)
10. Gariaev N.A., Shatalina V.A. Optimization of intersection capacity based on multivariate simulation modeling. *Nauchno-tekhnicheskiiy vestnik Povolzh'ya* [Scientific and Technical Bulletin of the Volga Region]. 2022. No. 12. Pp. 26–29. EDN: WCTOIL. (In Russian)
11. Likhachev D.V., Dorokhin S.V., Artemov A.Yu. Analysis of the main methods used in foreign methods for calculating the traffic light cycle. V sbornike: *Aktual'nyye voprosy i perspektivy razvitiya sovremennoy nauki. Materialy Natsional'noy nauchno-prakticheskoy konferentsii* [Actual issues and prospects for the development of modern science. Proceedings of the National Scientific and Practical Conference. Responsible]. Voronezh, 2022. Pp. 53–58. DOI: 10.34220/CIPDMS2022\_53-58. (In Russian)
12. Minina D.N. Modeling in MATLAB of car traffic at a regulated intersection. *Politekhnicheskiiy molodezhnyy zhurnal* [Polytechnical youth journal]. 2022. No. 2(67). DOI: 10.18698/2541-8009-2022-2-774. (In Russian)
13. Kudaev V.Ch., Buzdov A.K. Complete system of conditions for non-accumulation of vehicles in front of a traffic light at a symmetrical two-lane intersection. *Vestnik KRAUNTS* [Bulletin of KRAUNC]. Phys.-math. sciences. 2022. Vol. 40. No. 3. Pp. 103–112. DOI: 10.26117/2079-6641-2022-40-3-103-112. (In Russian)
14. Kudaev V.Ch., Buzdov A.K. Possible modes and optimization of traffic lights at a two-lane intersection of the city. *News of the Kabardino-Balkarian Scientific Center of RAS*. 2023. No. 6 (116). Pp. 65–73. DOI: 10.35330/1991-6639-2023-6-116-65-73. (In Russian)

**Вклад авторов:** все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Contribution of the authors:** the authors contributed equally to this article. The authors declare no conflicts of interests.

**Финансирование.** Исследование проведено без спонсорской поддержки.

**Funding.** The study was performed without external funding.

### Информация об авторах

**Кудаев Валерий Черимович**, канд. физ.-мат. наук, вед. науч. сотр., Институт информатики и проблем регионального управления – филиал Кабардино-Балкарского научного центра Российской академии наук;

360000, Россия, г. Нальчик, ул. И. Арманд, 37-а;

vchkudaev@mail.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8313-4199>, SPIN-код: 9931-1060

**Буздов Аслан Каральбиевич**, канд. физ.-мат. наук, стар. науч. сотр., Институт информатики и проблем регионального управления – филиал Кабардино-Балкарского научного центра Российской академии наук;

360000, Россия, г. Нальчик, ул. И. Арманд, 37-а;

abuzdov@rambler.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9097-3348>, SPIN-код: 6808-6669

**Information about the authors**

**Valery Ch. Kudaev**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Department of the Institute of Computer Science and Problems of Regional Management – branch of Kabardino-Balkarian Scientific Center of the Russian Academy of Sciences;

360000, Russia, Nalchik, 37-a I. Armand street;

vchkudaev@mail.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8313-4199>, SPIN-code: 9931-1060

**Aslan K. Buzdov**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher, Institute of Computer Science and Problems of Regional Management – branch of Kabardino-Balkarian Scientific Center of the Russian Academy of Sciences;

360000, Russia, Nalchik, 37-a I. Armand street;

abuzdov@rambler.ru, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9097-3348>, SPIN-code: 6808-6669