

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР «КАБАРДИНО-БАЛКАРСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК» (КБНЦ РАН)**

**НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР**

**МЕЖВУЗОВСКАЯ БАЗОВАЯ КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

**«ПРИНЯТО»**

На заседании Ученого совета НОЦ КБНЦ РАН  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2022 г.  
Постановление № \_\_\_\_\_

**«УТВЕРЖДАЮ»**

Генеральный директор КБНЦ РАН  
/З.В. Нагоев/ \_\_\_\_\_ /  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КАНДИДАТСКОГО ЭКЗАМЕНА ПО  
СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

**«Математическое моделирование, численные методы  
и комплексы программ»**

**Программа подготовки научных и научно-педагогических кадров**

**Группа научных специальностей: 1.2– Компьютерные науки и  
информатика**

**Специальность:**

**1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы  
программ**

Форма обучения  
*ОФО, соискательство*

Нальчик

2022

Рабочая программа кандидатского экзамена по специальности «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» разработана и составлена на основании Федеральных государственных требований к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре НОЦ КБНЦ РАН и в соответствии с индивидуальным учебным планом работы аспиранта.

Составитель рабочей программы: \_\_\_\_\_  
(ФИО, ученая степень, ученое звание) (подпись)

Рабочая программа рассмотрена на заседании *Межвузовской базовой кафедры математического моделирования*

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 202\_\_ г. № \_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_  
(ФИО, ученая степень, ученое звание) (подпись)

Руководитель НОЦ КБНЦ РАН \_\_\_\_\_ /д.и.н. А.Х. Абазов/

## **I. Цели и задачи освоения дисциплины**

Дисциплина направлена на формирование у аспирантов углубленных знаний по прикладной математике, математическом моделировании, алгебре логики и информатики для успешной сдачи кандидатского экзамена по специальности «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

## **II. Содержание и структура дисциплины**

### **Раздел I**

Непрерывные функции одной переменной и их свойства. Равномерная непрерывность. Равностепенная непрерывность семейства функций. Теорема Арцела.

Функции многих переменных. Полный дифференциал и его геометрический смысл. Достаточные условия дифференцируемости. Градиент.

Определенный интеграл. Интегрируемость непрерывной функции. Первообразная непрерывной функции. Приближенное вычисление определенных интегралов. Формулы трапеций и Симпсона, оценки погрешностей. Понятие о методе Гаусса.

Числовые ряды. Сходимость рядов. Критерий сходимости Коши. Достаточные признаки сходимости (Коши, Даламбера, интегральный, Лейбница).

Абсолютная и условная сходимость ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Перестановка членов ряда. Теорема Римана. Умножение рядов.

Ряды и последовательности функций. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов (непрерывность суммы, почленное интегрирование и дифференцирование).

Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость по параметрам и ее признаки. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование интегралов по параметру.

Мера множества. Измеримые функции. Интеграл Лебега и его основные свойства.

Степенные ряды в действительной и комплексной области. Радиус сходимости. Теорема Коши-Адамара. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов (почленное интегрирование и дифференцирование). Разложение элементарных функций.

Функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.

Элементарные функции комплексного переменного (степенная, экспонента, рациональная) и даваемые ими конформные отображения. Простейшие многозначные функции (квадратный корень, логарифм).

Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора.

Ряд Лорана. Полюс и существенно особая точка Вычеты. Основная теорема о вычетах и ее применение.

Линейные преобразования. Квадратичные формы. Приведение их к каноническому виду линейными преобразованиями в комплексной и действительной областях. Закон инерции.

Линейная зависимость и независимость векторов. Ранг матрицы Системы линейных алгебраических уравнений, теорема Кронекера-Капели. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений.

Ортогональные преобразования в евклидовом пространстве и ортогональные матрицы. Свойства ортогональных матриц.

Характеристический многочлен линейного преобразования векторного пространства. Собственные числа и собственные векторы. Свойства собственных чисел и векторов симметрических матриц. Понятие о методе ортогональных вращений решения полной проблемы собственных значений.

Итерационные методы решения уравнений  $f(x) = 0$  (хорд, Ньютона). Принцип сжатых отображений в полных метрических пространствах и его применение.

Линейные операторы, норма линейного оператора. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (методы простой итерации и Зейделя).

Гильбертово пространство. Линейные и билинейные функционалы в гильбертовом пространстве. Линейные уравнения с вполне непрерывным оператором.

Интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода. Теоремы Фредгольма. Интегральные уравнения с симметричным ядром.

Ортогональные системы функций. Ряды Фурье по ортогональной системе функций. Ряды Фурье по ортогональной системе функций, неравенство Бесселя, сходимость ряда Фурье. Достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье по тригонометрической системе функций. Влияние гладкости функции на порядок коэффициентов Фурье.

Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для уравнения, системы уравнений первого порядка и уравнения  $n$ -го порядка.

Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная независимость функций. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Общее решение неоднородного уравнения.

Линейные обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (однородные и неоднородные).

Устойчивость по Ляпунову решений обыкновенных дифференциальных уравнений. Теорема об устойчивости по первому приближению. Второй метод Ляпунова.

Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнения Эйлера. Вариационная задача с подвижными концами. Условия трансверсальности.

Градиентные методы поиска экстремума.

Формализация понятия алгоритма (машины Тьюринга, нормальные алгоритмы Маркова). Алгоритмическая неразрешимость.

Структура и состав вычислительной системы (аппаратура и программное обеспечение).

Основные компоненты архитектуры ЭВМ (процессор, устройства памяти, внешние устройства).

Операционные системы, основные функции. Типы операционных систем.

Парадигмы программирования (функциональное, императивное, объектно-ориентированное программирование).

Базы данных. Основные понятия реляционной модели данных. Реляционная алгебра. Средства языка запросов SQL.

Функции алгебры логики. Реализация их формулами. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма.

Схемы из функциональных элементов и простейшие алгоритмы их синтеза. Оценка сложности схем, получаемых по методу Шеннона.

## Раздел II

Математические модели, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Задача Коши краевая задача. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Задачи, приводящие к уравнениям гиперболического, параболического и эллиптического типов. Математические постановки основных задач для этих уравнений.

Понятие корректности постановки краевых задач для уравнений математической физики. Пример Адамара. Некорректно поставленные задачи, метод регуляризации.

Основные понятия теории разностных схем: сходимость, устойчивость, аппроксимация. Принцип консервативности при построении разностных уравнений. Разностные схемы для уравнения теплопроводности.

### **III. Образовательные технологии**

В НОЦ КБНЦ РАН имеются специализированные помещения с выходом в интернет, специальные ПО (регулярно обновляемые), для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещение для самостоятельной работы. Помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

### **IV. Перечень вопросов к экзамену по специальной дисциплине**

1. Схемы из функциональных элементов и простейшие алгоритмы их синтеза. Оценка сложности схем, получаемых по методу Шеннона.
2. Градиентные методы поиска экстремума.
3. Функции алгебры логики. Реализация их формулами. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма.
4. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнения Эйлера. Вариационная задача с подвижными концами. Условия трансверсальности.
5. Базы данных. Основные понятия реляционной модели данных. Реляционная алгебра. Средства языка запросов SQL.
6. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Линейное однородное уравнение. Линейная независимость функций. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Общее решение неоднородного уравнения.
7. Итерационные методы решения уравнений  $f(x) = 0$  (хорд, Ньютона). Принцип сжатых отображений в полных метрических пространствах и его применение.
8. Парадигмы программирования (функциональное, императивное, объектно-ориентированное программирование).
9. Операционные системы, основные функции. Типы операционных систем.
10. Линейные операторы, норма линейного оператора. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений (методы простой итерации и Зейделя).
11. Основные компоненты архитектуры ЭВМ (процессор, устройства памяти, внешние устройства).
12. Характеристический многочлен линейного преобразования векторного пространства. Собственные числа и собственные векторы. Свойства собственных чисел и векторов симметрических матриц. Понятие о методе ортогональных вращений решения полной проблемы собственных значений.
13. Структура и состав вычислительной системы (аппаратура и программное обеспечение).

14. Функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
15. Формализация понятия алгоритма (машины Тьюринга, нормальные алгоритмы Маркова). Алгоритмическая неразрешимость.
16. Линейные преобразования. Квадратичные формы. Приведение их к каноническому виду линейными преобразованиями в комплексной и действительной областях. Закон инерции.

## **V. Оценка кандидатского экзамена по специальности**

*К числу наиболее значимых критериев оценивания знаний, умений относятся:*

- умение извлекать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из теоретических, научных, справочных, энциклопедических источников;
- умение самостоятельно решать проблему на основе существующих методов, приемов, технологий;
- умение ясно, четко, логично и грамотно излагать собственные размышления, делать умозаключения и выводы;
- умение пользоваться ресурсами глобальной сети (Интернет);
- умение пользоваться нормативными документами;
- умение создавать и применять документы, связанные с профессиональной деятельностью;
- умение определять, формулировать проблему и находить пути ее решения;
- умение анализировать современное состояние отрасли, науки и техники;
- умение самостоятельно принимать решения на основе проведенных исследований;
- умение создавать содержательную презентацию выполненной работы.

*К основным критериям оценивания компетенций относятся:*

- способность эффективно работать самостоятельно и в команде;
- способность к профессиональной и социальной адаптации;
- способность понимать и анализировать социальные, экономические и экологические последствия своей профессиональной деятельности;
- готовность к постоянному развитию;
- способность использовать широкие теоретические и практические знания в рамках специализированной части какой-либо области;
- способность интегрировать знания из новых или междисциплинарных областей для исследовательского диагностирования проблем;
- способность демонстрировать критический анализ, оценку и синтез новых сложных идей;
- способность оценивать свою деятельность и деятельность других;
- способность последовательно оценивать собственное обучение и определять потребности в обучении для его продолжения.

**Критерии оценивания:**

– Знания, умения, навыки аспирантов оцениваются оценками: "отлично", "хорошо", "удовлетворительно", "неудовлетворительно". Эти оценки проставляются в аттестационную ведомость.

– Оценка «отлично» выставляется аспиранту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач

– Оценка «хорошо» выставляется аспиранту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

– Оценка «удовлетворительно» выставляется аспиранту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ.

– Оценка «неудовлетворительно» выставляется аспиранту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы. Как правило, оценка "неудовлетворительно" ставится аспирантам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

## VI. Литература

1. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии.
2. Бахвалов Н.С. Численные методы.
3. Владимиров В.В. Уравнения математической физики.
4. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч.І. и Ч.ІІ.
6. Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике.
7. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа.
8. Крамер Г. Математические методы статистики.
9. Курош А.Г. Курс высшей алгебры.
10. Мальцев А.И. Вычислимые функции.
11. Нахушев А.М. Уравнения математической биологии. – М.: Высшая школа, 1995.
12. Петровский И.Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям.
13. Петровский И.Г. Лекции по уравнениям в частных производных.
14. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1982.
15. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного.
16. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем.
17. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: 1978.
18. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной.
19. Соболев С.Л. Уравнения математической физики.
20. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений.
21. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1986.
22. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Тт. I и II.
23. Шилов Г.Е. Введение в теорию линейных пространств.
24. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление.
25. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. – М.: Наука, 1986.

## **VII. Перечень Интернет-ресурсов**

Научная электронная библиотека «E-Library» - <https://elibrary.ru/defaultx.asp>

## **VIII. Описание материально-технической базы.**

Для реализации программы подготовки по дисциплине (модулю) перечень материально-технического обеспечения включает:

- Учебная и научная литература по курсу.
- Видеозаписи, связанные с программой курса, компьютерные демонстрации, технические возможности для их просмотра и прослушивания.
- Свободный доступ в Интернет, наличие компьютерных программ общего назначения.

## **IX. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий**

Для проведения теоретических занятий по дисциплине (модулю) необходимы:

Специальные помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания оборудования.

Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы аспирантов оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации).

Лекционные и семинарские занятия проводятся в специализированной аудитории, по адресу: КБР, г. Нальчик, ул. Инесса Арманд 37 «а», ИИПРУ, учебный зал НОЦ КБНЦ РАН.

## **XI. Требования к специализированному оборудованию**

Проведение занятий осуществляется в аудиториях, оборудованных аудиторным фондом; компьютерами с возможностью доступа к справочно-поисковым системам информационно-правового обеспечения; специализированные аудитории с ПК и мультимедийным проектором; библиотечно-информационными ресурсами.